



Das Grinch-Problem

Autor: Martin Nimczick

Zusatzaufgabe:



Zur Weihnachtszeit gibt es im Wichtel-TV ein beliebtes Gewinnspiel: **das Grinch-Problem**. Dabei können Kandidaten tolle Preise gewinnen, oder eben verlieren, wenn sie einen Grinch ziehen.

Das Spiel geht dabei folgendermaßen: Hinter einer Anzahl T an verschlossenen Toren verstecken sich W Gewinne und G Grinche (Nieten).

Dies hier sind die offiziellen Regeln des Gewinnspieles:

1. Hinter jedem Tor befindet sich entweder ein Grinch oder ein Gewinn, also $T = G + W$. Dabei müssen W und G jeweils positive, ganze Zahlen größer als 0 sein.
2. Aufgrund der Kapazitäten im TV-Studio darf die Anzahl der Tore nicht größer als 100 sein, also $T \leq 100$.
3. Zu Beginn des Spiels wählt der Kandidat ein verschlossenes Tor aus.
4. Nun folgt ein spannender Zyklus, welcher $(G - 1)$ -fach durchgeführt wird:
 - (a) Der Showmaster öffnet wie folgt eines der verschlossenen Tore:
 - i. Zu Beginn des Spiels öffnet er ein nicht gewähltes Tor mit einem Grinch, sofern so ein Tor vorhanden ist. Sonst öffnet er ein beliebiges anderes verschlossenes Tor.
 - ii. Wenn der Kandidat im Zyklus zuvor bei (b) nicht gewechselt hat, dann wird, sofern vorhanden, ein nicht gewähltes Tor mit einem Grinch geöffnet, sonst ein beliebiges verschlossenes Tor.
 - iii. Wenn der Kandidat im Zyklus zuvor bei (b) das Tor gewechselt hat, dann wird jenes Tor geöffnet, welches der Kandidat vor diesem Wechsel gewählt hatte.
 - (b) Der Showmaster wird den Kandidaten in einer spannenden Diskussion fragen, ob er wechseln möchte. Der Kandidat hat dabei die Möglichkeit, von seinem gewählten, verschlossenen Tor zu einem anderen verschlossenen Tor zu wechseln und damit dieses zu wählen. Oder er kann bei seinem gewählten, verschlossenen Tor verbleiben. Bereits geöffnete Tore können nicht mehr gewählt werden, egal wie toll der Gewinn dahinter war.
5. Nach $(G - 1)$ -Zyklen dieser beiden Schritte (4a) und (4b) erhält der Kandidat den Inhalt des zuletzt gewählten und noch verschlossenen Tores.

Damit es nicht so langweilig wird, haben die Kandidaten auch ein Mitspracherecht bei der Gestaltung von G und W .

Die Wichtel André, Bärbel, Clemens, Daniela und Emil haben dieses Jahr das Glück, bei dieser Gewinnshow teilnehmen zu dürfen. In Vorbereitung zu der Show müssen die Wichtel den TV-Produzenten nun noch mitteilen, wie viele Gewinne W und Grinche G sie jeweils gemäß der ersten beiden Regeln haben möchten. Zudem teilt der TV-Produzent jedem Wichtel noch mit:

„Sehr geehrter Kandidat von 'Das Grinch-Problem', auf Grund einer aktuellen Grinch-Grippe sind viele unserer Grinche derzeit erkrankt. Daher stehen Ihnen für die Anzahl der Tore mit einem Grinch leider nur 25 Grinche zur Verfügung ($G \leq 25$). Wir bedauern dies sehr, aber hoffen, dass sich die Grinche bald wieder erholen und Sie dennoch eine zufriedenstellende Wahl der Tore für sich treffen können. Mit freundlichen Grüßen und gutes Gelingen bei unserer Show, Ihre TV-Produzenten von ‚Das Grinch-Problem‘.“

André

Kurz vor der Show treffen sich die Wichtel und unterhalten sich bezüglich ihrer Wahl:

André: „Ich habe so viele Gewinne wie möglich genommen (99), um auch möglichst sicher gewinnen zu können. Hoffentlich zieh ich nicht den einen Grinch, den ich einbauen musste.“

Bärbel: „Unnötig André! Du brauchst gar nicht so viele Gewinne. Ich hab einen Grinch und einen Gewinn genommen. Damit hat man die gleichen Gewinnchancen wie mit allen anderen Kombinationen.“

Clemens: „Falsch Bärbel! Es gibt ein Optimum, wenn man dreifach so viel Gewinne wie Grinche einbaut. Daher habe ich 3 Gewinne und 1 Grinch gewählt.“

Daniela: „Fast hättest du recht Clemens... man braucht aber noch möglichst viele Tore. Daher habe ich 75 Gewinne und 25 Grinche gewählt. Zum Glück sind nicht mehr Grinche krank.“

Emil: „Alles quatsch... je weniger Gewinne, umso besser! Ich hab nur einen Gewinn genommen, aber leider durfte ich nur 25 Grinche nehmen.“

Welche Wichtel haben gemäß der Wahl von G und W nun tatsächlich die besten Gewinnchancen, wenn man voraussetzt, dass sie immer die zu ihrer Wahl optimale Strategie wählen?

Antwortmöglichkeiten:

1. André
2. Bärbel
3. Clemens
4. Daniela
5. Emil
6. André, Bärbel und Clemens
7. Clemens und Daniela
8. Bärbel und Emil
9. André und Daniela
10. Alle haben die gleichen Gewinnchancen.