



## 17 Der Kranz zweier Weihnachtszauber

Autor: Mehmet Akif Yıldız

### Aufgabe

Die Elfen bereiten einen prachtvollen, verzauberten Weihnachtskranz vor, der über dem Tor zum Rentiertrainingsgelände aufgehängt werden soll. Auf dem Kranz werden speziell nummerierte, magische Ornamente angeordnet. Jedes Ornament trägt eine von den Elfen frei gewählte reelle Zahl, welche positiv oder negativ, aber niemals 0 sein kann.

Es gibt zwei Arten von magischen Ornamenten, blaue und rote:

- Ein blaues Ornament verwendet einen Elfen-Zauber: Es leuchtet, wenn seine Zahl gleich der Summe der Zahlen seiner beiden Nachbarn ist.
- Ein rotes Ornament verwendet einen Rentier-Zauber: Es leuchtet, wenn seine Zahl gleich dem Produkt der Zahlen seiner beiden Nachbarn ist.

Damit die Zauber richtig wirken können, müssen rote und blaue Ornamente auf dem Kranz strikt abwechselnd angeordnet sein - blau, rot, blau, rot ... einmal ganz herum. Da es das Jahr 2025 ist, hätten die Elfen gerne einen Kranz mit 2025 Ornamenten vorbereitet. Auf einem solchen Kranz ist es jedoch nicht möglich, die Ornamente strikt abwechselnd anzuordnen, weshalb die Elfen stattdessen Kränze in der nächstkleineren und der nächstgrößeren zulässigen Größe in Betracht ziehen: einen mit  $n_1 = 2024$  und einen mit  $n_2 = 2026$  Ornamenten. Sie wollen eine Anordnung von Ornamenten finden, in welcher jedes Ornament leuchtet. Eine solche Anordnung nennen wir eine *vollständig leuchtende Anordnung*.

Für jede Kranz-Größe fragen sich die Elfen:

- Gibt es eine vollständig leuchtende Anordnung?

- Falls es eine solche Anordnung gibt: Was ist die Summe aller Zahlen auf dem Kranz? Ist diese eindeutig bestimmt?

**Antwortmöglichkeiten:**

1. Weder für  $n_1$  noch für  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung.
2. Genau für eine der Größen  $n_1$  und  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung, aber die Summe der Zahlen ist nicht eindeutig bestimmt.
3. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung; bei genau einer der beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beträgt 0.
4. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung; bei genau einer der beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beträgt 506, 5.
5. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung; bei genau einer der beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beträgt 759.
6. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung; bei genau einer der beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beträgt 759, 75.
7. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung. Bei beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beide Summen addiert ergeben 0.
8. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung. Bei beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beide Summen addiert ergeben 1265, 5.
9. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung. Bei beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beide Summen addiert ergeben 1266, 25.
10. Sowohl für  $n_1$  als auch  $n_2$  existiert eine vollständig leuchtende Anordnung. Bei beiden Kranz-Größen ist die Summe der Zahlen eindeutig bestimmt und beide Summen addiert ergeben 1518, 75.