



4 Weihnachtsplätzchen ausstechen - alle Jahre wieder

Autor: Pim van 't Hof (Universität Twente)

Projekt: 4TU.AMI

Aufgabe

Die Elfen Pi und Pie sind wieder am Werk: Genau wie letztes Jahr backen sie perfekt runde Weihnachtsplätzchen. Zu diesem Zweck haben sie gestern ein großes, kreisrundes Stück Teig vorbereitet und dieses über Nacht zum Ruhen in den Kühlschrank gelegt. Als sie heute Morgen den Kühlschrank öffneten, stellten sie jedoch erschrocken fest, dass ein großes, kreisrundes Stück herausgeschnitten wurde. (Sie vermuten, dass die Elfe Pastry das Stück entwendet hat, um es als Boden für ihren alljährlichen Weihnachtskuchen zu verwenden.)

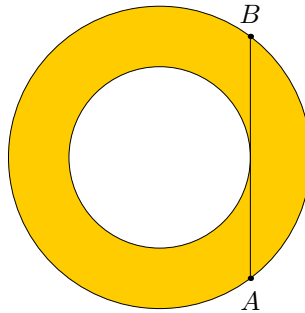


Abbildung 1: Das Stück Teig, das Pi und Pie heute Morgen im Kühlschrank vorfanden.

Abbildung 1 zeigt den Teig, so wie er heute Morgen von Pi und Pie im Kühlschrank vorgefunden wurde. Die Begrenzungen des ursprünglichen Teigstücks und des großen kreisförmigen Lochs bilden konzentrische Kreise, d.h.

sie haben einen gemeinsamen Mittelpunkt aber unterschiedliche Radien. Die Strecke AB ist eine Sehne des großen Kreises, die tangential zur Begrenzung des kreisförmigen Lochs verläuft. Die Länge von AB beträgt 36 cm.

Da die Elfen Pi und Pie an ihrem Ideal perfekt runder Plätzchen festhalten wollen, aber nur zwei relativ große kreisrunde Plätzchenausstecher zur Verfügung haben, beschließen sie, den vorgefundenen Teig zu einer Kugel zu kneten und ihn erneut kreisrund auszurollen. Hierbei soll das neu ausgerollte Teigstück den gleichen Flächeninhalt besitzen wie das heute Morgen im Kühlschrank vorgefundene. Aus diesem kreisrunden Teigstück stechen sie nun drei Plätzchen aus: ein großes und zwei kleinere. Abbildung 2 zeigt den übrig gebliebenen Teig, nachdem die drei Plätzchen in den Ofen gelegt wurden. Die Begrenzung des großen Lochs verläuft durch den Mittelpunkt des kreisrunden Teigstücks und berührt dessen Begrenzung. Die Begrenzungen der zwei (kongruenten) kleineren Löcher berühren sich gegenseitig, die Begrenzung des großen Lochs und die Begrenzung des kreisrunden Teigstücks.

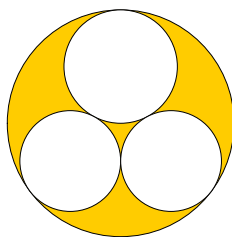


Abbildung 2: Der übrig gebliebene Teig ist in Gelb dargestellt. Die weißen Kreise repräsentieren die Löcher.

Wie groß ist die Fläche des übrig gebliebenen Teigs, nachdem die drei perfekt runden Plätzchen ausgestochen wurden?

Antwortmöglichkeiten:

1. $112\pi \text{ cm}^2$
2. $115\pi \text{ cm}^2$
3. $118\pi \text{ cm}^2$
4. $120\pi \text{ cm}^2$
5. $125\pi \text{ cm}^2$
6. $128\pi \text{ cm}^2$
7. $130\pi \text{ cm}^2$
8. $132\pi \text{ cm}^2$
9. $136\pi \text{ cm}^2$
10. Die in der Aufgabenstellung gegebenen Informationen sind nicht ausreichend, um die Fläche des übrig gebliebenen Teigs berechnen zu können.