



Karten ablegen

Autorin: Anne Zander (University of Twente)

21.1 Aufgabe

Die beiden Wichtel Atto und Bilbo wurden mit dem Einpacken von Geschenken beauftragt. Statt zu arbeiten, bewundern sie lieber die Geschenke. Gerade haben sie das Kartenspiel “Uno” entdeckt und spielen ihre dritte Runde. Atto verliert schon wieder. Frustriert wirft er die Karten auf den Tisch. Dann beginnt er zu überlegen: “In den meisten Kartenspielen haben die Karten Attribute, wie eine Farbe und ein Symbol. Angenommen, ich habe ein Kartenspiel mit n Farben und m Symbolen, wobei $n \geq 2$ und $m \geq 2$, sodass jede Farb-Symbol-Kombination genau einmal als Karte vorkommt. Als einziger Spieler ziehe ich eine gegebene Anzahl x zufälliger Karten, wobei $x \geq 2$, aus dem gesamten Spiel. Kann ich diese x Karten immer so anordnen, dass sie nacheinander abgelegt werden können, egal welche Karten ich gezogen habe?” Mit “ablegen” meint Atto, dass—abgesehen von der ersten Karte in der Sequenz—jede nachfolgende Karte entweder die gleiche Farbe oder das gleiche Symbol wie die zuvor abgelegte Karte haben muss.

Im Folgenden definieren wir $x_{n,m}$ als die Mindestanzahl von gezogenen Karten in einem Kartenspiel mit n Farben und m Symbolen, sodass es immer möglich ist, eine Reihenfolge für das Ablegen zu finden. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

Antwortmöglichkeiten:

1. $x_{n,m} = (n - 1)(m - 1)$
2. In einem Kartenspiel mit 4 Farben und 10 Symbolen kann man eine Auswahl von 30 Karten finden, sodass keine Ablegesequenz möglich ist.

3. $x_{n,m} = (n - 2)(m - 2)$
4. Eine Ablegesequenz kann immer für jede Auswahl x gezogener Karten gefunden werden.
5. $x_{n,m} = (n - 1)m - 3$
6. In einem Kartenspiel mit 3 Farben und 6 Symbolen kann eine Sequenz von 10 Karten immer abgelegt werden.
7. $x_{n+1,m} = x_{n,m} + m + 1$
8. $x_{n+1,m+1} = x_{n,m} + m + n - 4$
9. Es gilt, dass $x_{4,6} = x_{3,8}$
10. $x_{n,m+1} = x_{n,m} + n - 1$