



22 Licht aus

Autor: Nikola Sadovek (FU Berlin)

Projekt: BMS und MATH+

Aufgabe

Die Wichtel waren sehr fleißig in ihren Werkstätten, in denen sie alle Geschenke hergestellt und verpackt haben. Jetzt ist es Zeit, die Geschenke von den Werkstätten auf einem Schlitten zum Haus des Weihnachtsmanns zu bringen damit er sie später an die Kinder verteilen kann.

Da ihre Arbeit in den Werkstätten erledigt ist, müssen die Wichtel das Licht ausschalten, bevor sie schließen. Das Beleuchtungssystem in jeder Werkstatt besteht aus $n \geq 7$ Glühbirnen, die in einer Reihe angeordnet sind und von links nach rechts von 1 bis n durchnummeriert sind. Jede Glühbirne kann in einem von zwei Zuständen sein: eingeschaltet oder ausgeschaltet.

Aufgrund eines technischen Fehlers werden beim Betätigen des Schalters an Glühbirne k , zusätzlich zur Änderung des Zustands dieser Birne (ausgeschaltet wird eingeschaltet und umgekehrt), auch die Zustände der drei Glühbirnen direkt links (nummeriert durch die Indizes $k-3$, $k-2$, $k-1$, die größer als null sind) sowie der drei Glühbirnen direkt rechts von ihr (nummeriert durch die Indizes $k+1$, $k+2$ und $k+3$, die höchstens n sind) geändert. Wenn beispielsweise der Schalter an der Glühbirne $k=2$ gedrückt wird, ändern sich die Zustände der Lampen 1, 2, 3, 4 und 5. Siehe Abbildung 1 zur Veranschaulichung.

Die Wichtel möchten alle Glühbirnen in jeder Werkstatt ausschalten, indem sie eine Abfolge solcher Aktionen verwenden. Für welche Werte von $n \geq 7$ finden die Wichtel sicher so eine Abfolge (d.h. für jeden möglichen Anfangszustand existiert eine Abfolge, die alle Lichter ausschaltet)?

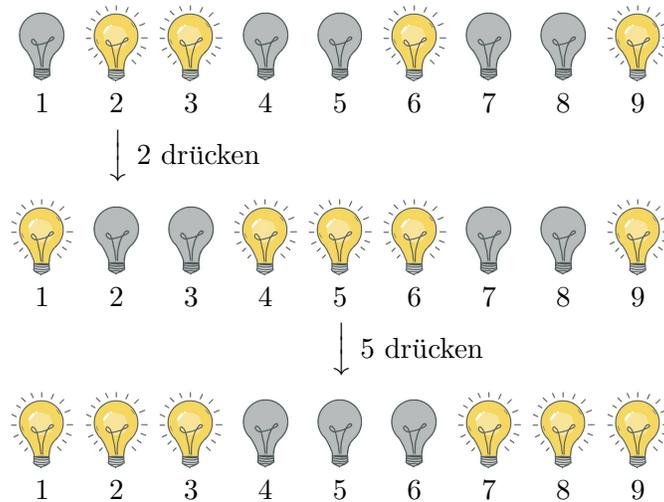


Abbildung 1: Für $n = 9$ ist oben ein Anfangszustand dargestellt. Die Glühbirnen 2, 3, 6 und 9 sind eingeschaltet (durch  dargestellt), während der Rest ausgeschaltet ist (durch  dargestellt). Die mittlere und die untere Reihe zeigen die Zustände der Lampen nach dem Drücken des Schalters an den Glühbirnen 2 und 5.

Antwortmöglichkeiten:

1. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 2 oder 3 haben.
2. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 4 oder 6 haben.
3. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 0 oder 2 haben.
4. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 2 oder 4 haben.
5. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 1 oder 4 haben.
6. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 3 oder 5 haben.
7. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 1 oder 3 haben.
8. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 0 oder 1 haben.
9. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 0 oder 3 haben.
10. Genau für die Werte von $n \geq 7$, die bei der Division durch 7 den Rest 5 oder 6 haben.