



## 18 Die Mützenaufgabe 2021

Autor: Aart Blokhuis (TU Eindhoven)  
Projekt: 4TU.AMI

### Aufgabe

Der Weihnachtsmann sagt zu den vier Intelligenzwichteln Atto, Bilbo, Chico und Dondo: „Für unser alljährliches Mützenrätsel möchte ich euch morgen Nachmittag zu Kaffee und Kuchen einladen.“

„Wir kommen natürlich gerne!“, rufen die vier Wichtel.

Der Weihnachtsmann beginnt seine Erklärungen: „Gut, dann werde ich heute Abend einige blaue, gelbe und rote Wichtelmützen vorbereiten. Morgen setze ich dann jedem von euch hinterrücks und blitzschnell eine Mütze auf den Kopf, sodass keiner die Farbe der eigenen Mütze zu sehen bekommt. Jeder kann zwar die Farben der Mützen der drei anderen sehen, ihr dürft aber keinerlei Informationen untereinander austauschen. Außerdem erhält jeder von euch sieben Tafeln mit den folgenden Sätzen.

- T1:** Meine Mütze ist blau.
- T2:** Meine Mütze ist gelb.
- T3:** Meine Mütze ist rot.
- T4:** Meine Mütze ist blau oder gelb.
- T5:** Meine Mütze ist blau oder rot.
- T6:** Meine Mütze ist gelb oder rot.
- T7:** Meine Mütze ist blau oder gelb oder rot.

Dann muss jeder von euch gleichzeitig die Farbe seiner Mütze raten, indem er eine seiner sieben Tafeln für alle sichtbar in die Höhe streckt. Wenn auch nur ein einziger von euch falsch rät, schicke ich euch alle sofort wieder nach Hause. Wenn niemand falsch rät und mindestens einer von euch die eigene Mützenfarbe mit einer der Tafeln T1, T2 oder T3 korrekt errät, dann bekommt jeder von euch ein Stück Mozarttorte und eine große Tasse Kaffee. Wenn ihr alle die Tafeln T4, T5, T6 oder T7 korrekt verwendet, so wiederholen wir die Raterunde – allerdings nur dann, wenn ihr nicht alle die Tafel T7 verwendet. Dann schicke ich euch nämlich ebenfalls direkt wieder nach Hause.“

Atto fragt: „Wie wählst du denn unsere Mützen aus?“

„Die wähle ich zufällig aus, sodass jede der 81 möglichen Farbkombinationen auf euren Köpfen genau gleichwahrscheinlich ist“, sagt der Weihnachtsmann.

Dann fragt Bilbo: „Erhalten wir denn neue Mützen, wenn die Raterunde wiederholt wird?“

„Nein!“, antwortet der Weihnachtsmann. „Die Mützen bleiben gleich. Ihr dürft aber in jeder Raterunde andere Tafeln verwenden.“

Chico möchte wissen: „Was passiert denn, wenn wir in der zweiten Raterunde wieder nur die Tafeln T4, T5, T6 oder T7 verwenden und wenn wieder jeder korrekt rät?“

„Dann wird die Raterunde noch einmal wiederholt. Und danach vielleicht noch einmal, und noch einmal, und noch einmal, solange es euch gefällt“, sagt der Weihnachtsmann.

Die Wichtel beginnen zu diskutieren. Sie überlegen und sie denken nach. Sie denken nach und sie diskutieren. Dann diskutieren sie noch mehr und denken noch länger nach. Sie arbeiten schließlich eine wirklich geniale Strategie aus, bei der sie für  $M$  (der 81) Farbkombinationen garantiert Kaffee und Kuchen erhalten. Diese Strategie ist sogar optimal, d. h. dass keine Strategie existiert, für die sie für  $M+1$  Farbkombinationen garantiert Kaffee und Kuchen erhalten.

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?



Illustration: Julia Nurit Schönngel

**Antwortmöglichkeiten:**

1.  $0 \leq M \leq 32$ .
2.  $33 \leq M \leq 37$ .
3.  $38 \leq M \leq 42$ .
4.  $43 \leq M \leq 47$ .

5.  $48 \leq M \leq 52.$

6.  $53 \leq M \leq 57.$

7.  $58 \leq M \leq 62.$

8.  $63 \leq M \leq 67.$

9.  $68 \leq M \leq 72.$

10.  $73 \leq M \leq 81.$